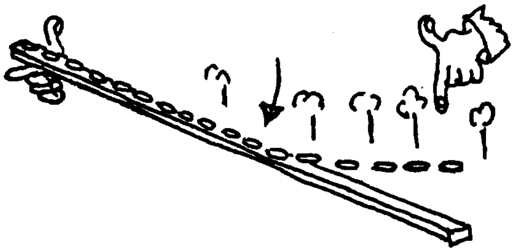
コインをのせた棒の落下

村田憲治（加納高校）

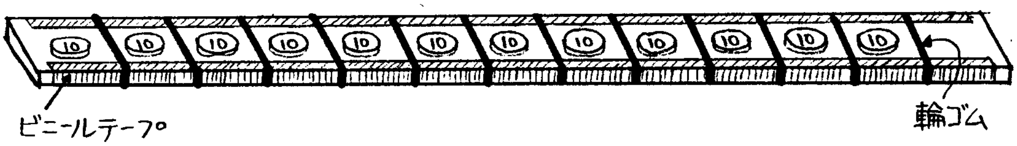
1 FALLING STICK WITH PENNIES



A meterstick is loaded uniformly with pennies and held horizontally. One end of the stick is released. Two-thirds of the pennies remain with the stick, but the last one-third break away and fall in a horizontal straight line.

英文で書かれた物理のデモ実験集に上のような実験が載っているのを見つけて，おもしろそうなので実際にやってみました。

まず，木でできた１ｍものさしに，10円玉を並べるのですが，下の図のようにものさしに輪ゴムを巻いたり，ビニールテープを貼ったりして10円玉が滑り落ちないように工夫が必要です。

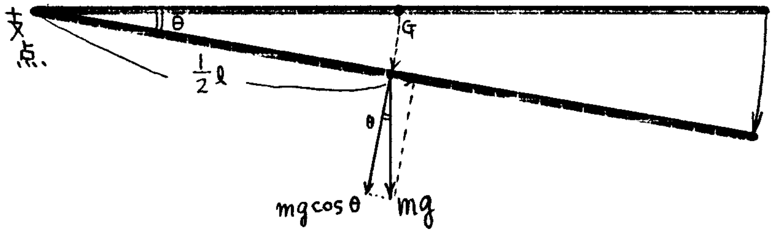


結果は一番上の絵のように支点から2/3のコインがものさしの上に乗ったままものさしと共に回転して行き，反対側の1/3のコインが一直線上に取り残されて自由落下していく，というおもしろい結果になります。

ところが，この本にはどうしてこうなるのかの説明がまったくないので，ちょっと計算をしてみました。

2 重力加速度gより大きな加速度で落下する棒？

長さℓ，質量mの棒を考えます。



棒の回転運動の方程式は、（慣性モーメント）×（角加速度）＝（力のモーメント）だから

棒の慣性モーメントを I として、　$I\dfrac{d^2\theta}{dt^2}=\dfrac{1}{2}mgl\cos\theta$

θ が微少角なら $\cos\theta\fallingdotseq 1$　$I\dfrac{d^2\theta}{dt^2}=\dfrac{1}{2}mgl$

棒の慣性モーメント $I=\dfrac{1}{3}ml^2$ なので上式は、

$$\frac{1}{3}ml^2\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{1}{2}mgl$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{3g}{2l}$$

$\dfrac{d\theta}{dt}=\omega$（角速度）だから　$\dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{3g}{2l}$

$t=0$ で $\omega=0$（初期条件）だから　$\omega=\dfrac{3g}{2l}t$（角速度 ω は t に比例）

t 秒後の支点から r の距離における棒の速さ v は、

$$v=r\omega=\frac{3g}{2l}rt$$

加速度 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{3g}{2l}r$　（支点から遠い所ほど加速度が大！）

$\boxed{a>g \text{ ならコインは取り残される}}$　$\dfrac{3g}{2l}r>g$

$\therefore\ \underline{r>\dfrac{2}{3}l}$　支点から $\dfrac{2}{3}l$ 以上離れた所にある

コインは取り残される！

③ これは，学校教育にはびこる「横並び主義」と同じだ

例会での議論を紹介。

「ほんとに一直線に並んで落ちていくの？　回転するにしたがって遠くの方から順に棒から離れるんじゃないかな？」

「いや，θが微小角という条件のもとに立てた式だから，棒が回転し始めたとたんに1/3はいきなりおいてきぼりになるってことだよ。」

「支点から離れた所にある部分も無理やり同じ角速度で回転させられるからこうなるんだね。学校教育にはびこる『横並び主義』と同じだ。ははは。」←これは名言！

「棒の上に残ったコインもそのうち（θが大きくなったら）棒から離れるかな？」

「いや，θが大きくなると力のモーメントが小さくなるから，角加速度も小さくなっていくので，そういうことはないんじゃないかな。」

「棒じゃなくて，ひもみたいなものだったらどうなるだろう？」

そのへんにあったひもで（もちろんコインはのせずに）やってみると，ひもの端の方が取り残される感じで回転していきましたが，詳しくはよくわかりませんでした。

「煙突などを切り倒すと，上の方が置いてきぼりになって，つまり倒れる途中で煙突が折れてしまうらしいね。」

「へー，ほんと。そりゃおもしろい。」

と，ひとしきり物理談義に花が咲きました。