電卓で３乗根を求めるには？

村田（加納高）

僕の学校の数学の先生が教えてくれたのですが、$\boxed{\sqrt{\ }}$（平方根）キーがついている電卓で、３乗根が計算できるのだそうです。さて、その方法は・・・

例えば５の３乗根は、$5^{\frac{1}{3}}$ですが $\dfrac{1}{3}$というのは、

$$\frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^3+\left(\frac{1}{4}\right)^4+\cdots\cdots$$

つまり、初項$a=\dfrac{1}{4}$，公比$r=\dfrac{1}{4}$の無限等比級数の和なのですね。

この無限等比級数の和Sは、以下のように求められ、$\dfrac{1}{3}$に等しいことが確かめられます。

$$S=\frac{a}{1-r}=\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}$$

さて、以上のことから、$5^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^3+\left(\frac{1}{4}\right)^4+\cdots}$ と表せますから、指数法則で

$$5^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{1}{4}}\times5^{\left(\frac{1}{4}\right)^2}\times5^{\left(\frac{1}{4}\right)^3}\times5^{\left(\frac{1}{4}\right)^4}\times\cdots$$

となりますので、実際に電卓で計算するには、

$\boxed{5}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\times}\boxed{5}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\times}$・・・・

とキーを押していけばいいわけです。この計算の結果は割合早く収束しますから、「収束してきたな」と思ったらやめます。５の３乗根は立方根表によれば、1.7100となっています。さあ、やってみましょう！

$\boxed{問}$ では、５乗根，６乗根，・・・を電卓で計算するにはどうしたらよいでしょう？