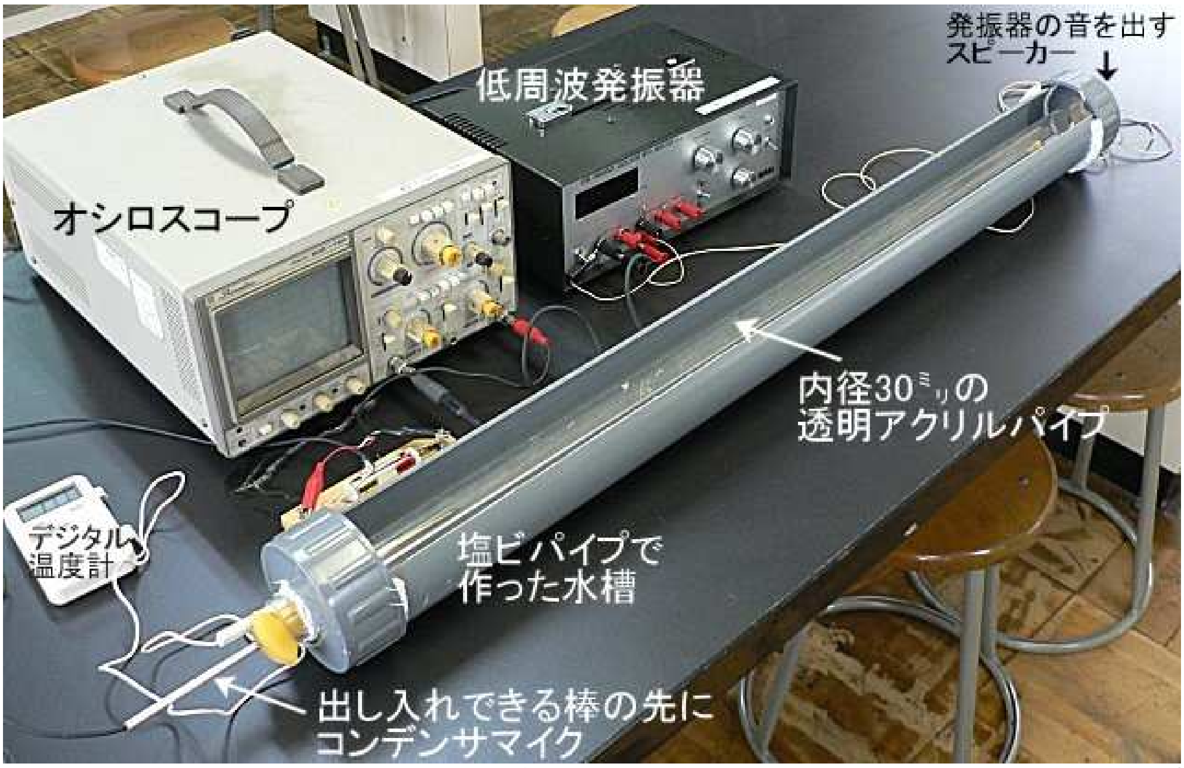
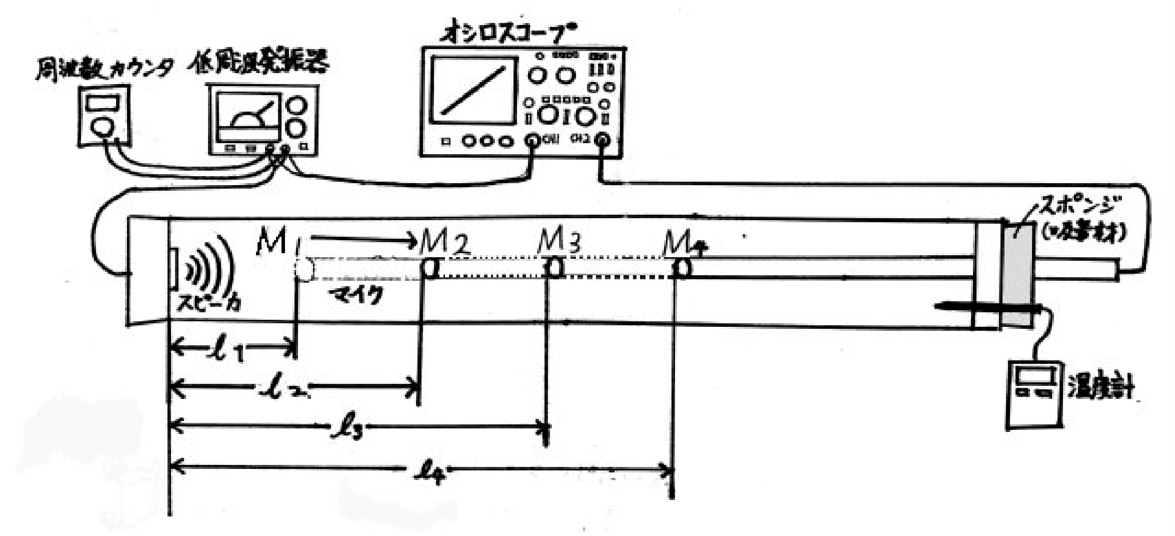
空気中の音速測定

村田憲治@岐阜高校

僕が顧問をしている自然科学部(物理班)の生徒が，空気中の音速測定に挑戦し，$V=331.4+0.61t$（理論式は$V=331.5+0.6t$）というなかなか良い結果を出したのでご紹介します。





■ 装置の説明

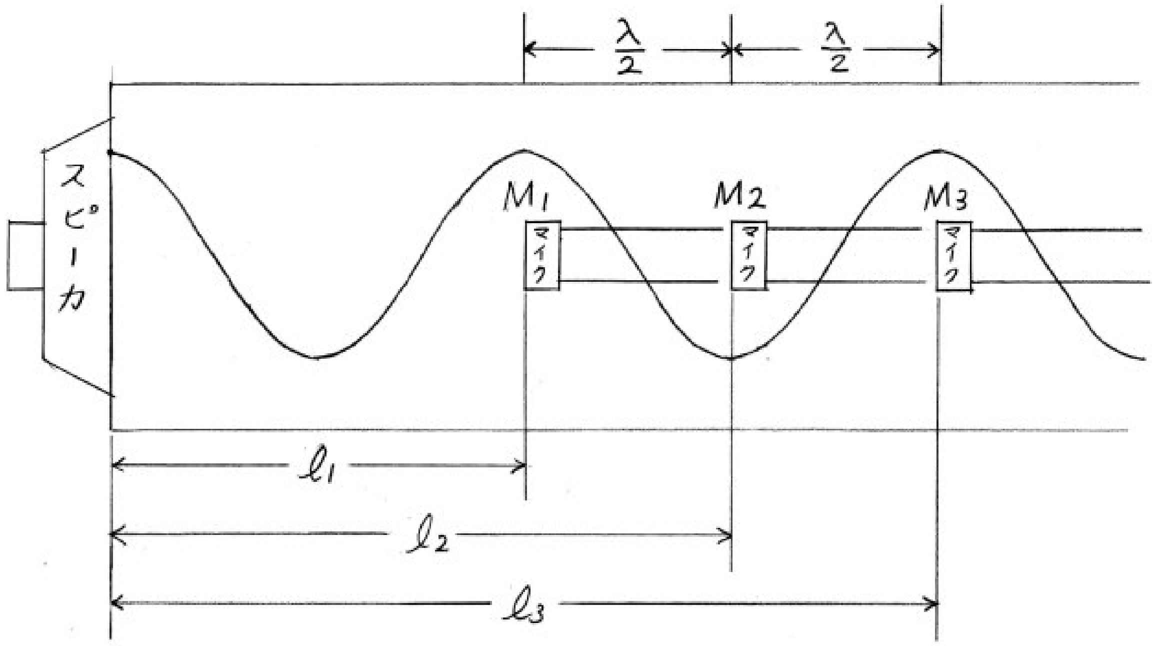
透明アクリルパイプの一方の端にスピーカーを取りつけ，他端からコンデンサマイクを取りつけた棒を入れて，スピーカーから出した低周波発振器の音(1500Hz 前後の正弦波)を拾います。

マイクを取りつけた棒は出し入れできるようになっており，マイクの位置は，アクリルパイプの底面に貼りつけたメジャーで読みとれるようになっています。

この装置を塩ビパイプで作った水槽に入れ（アクリルパイプの両端は水槽の外に出ている），水槽に冷水や湯を入れることによってパイプ内の空気の温度を変えることができます。

低周波発振器の出力をオシロスコープのＣＨ１に，マイクで拾った音をＣＨ２に入れて，リサージュ図形を作ります。リサージュを使うことによって，同位相になる位置・逆位相になる位置を正確に知ることができます。

■ 実験の手順（生徒が書いた説明） ～ リサージュを利用して，波長λを測定します



(1)　スピーカーから振動数 f [Ｈｚ]の音を出し，マイクで拾う。スピーカーから出した音をオシロスコープのＣＨ１に，マイクで拾った音をＣＨ２に入力し，リサージュ図形を作る。

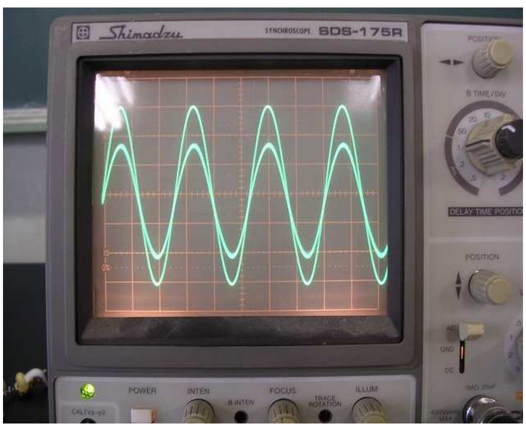
(2)　マイクをスピーカーから徐々に遠ざけていき，リサージュ図形が

右上がり「／」の直線になった時（同位相）のマイクの位置 ℓ_1

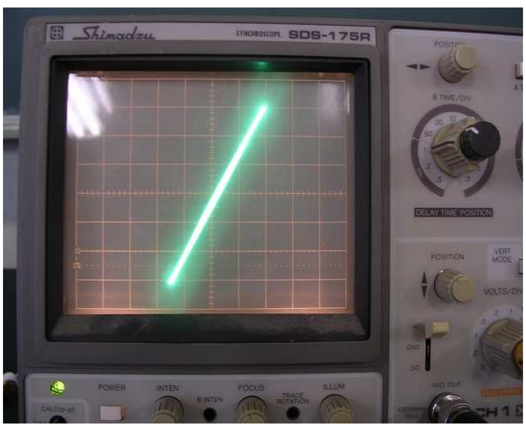
右下がり「＼」の直線になった時（逆位相）のマイクの位置 ℓ_2

右上がり「／」の直線になった時（同位相）のマイクの位置 ℓ_3

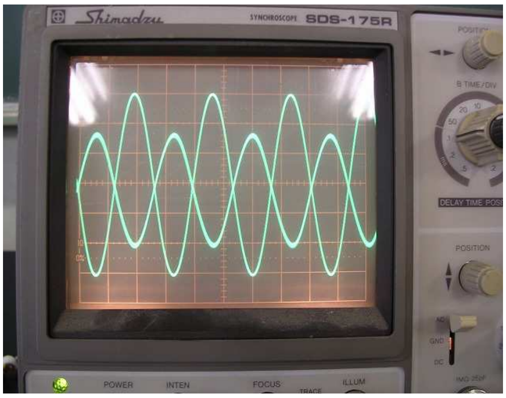
右下がり「＼」の直線になった時（逆位相）のマイクの位置 ℓ_4　を測る。



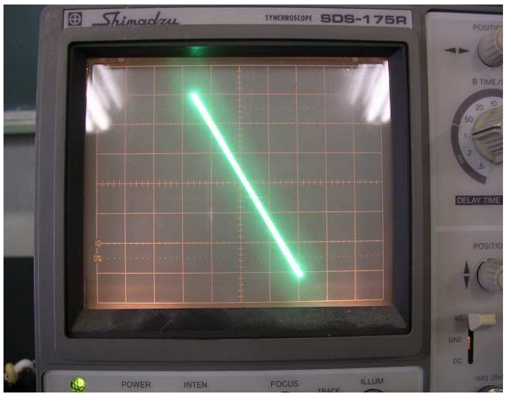
同位相



同位相のリサージュ図形



逆位相



逆位相のリサージュ図形

(3)　(2)の結果から $\ell_{n+1}-\ell_n$ の平均を求め，波長 λ を求める。 $\lambda=2(\overline{\ell_{n+1}-\ell_n})$

$\boxed{注}$　はじめはこうやって計算していましたが，これはちょっとマズいことに気づきました。

$$\ell_{n+1}-\ell_n \text{の平均}=\frac{(\ell_2-\ell_1)+(\ell_3-\ell_2)+(\ell_4-\ell_3)}{3}=\frac{(\ell_4-\ell_1)}{3}$$ となるから，

ℓ_2，ℓ_3 を測定している意味がなくなってしまうからです。

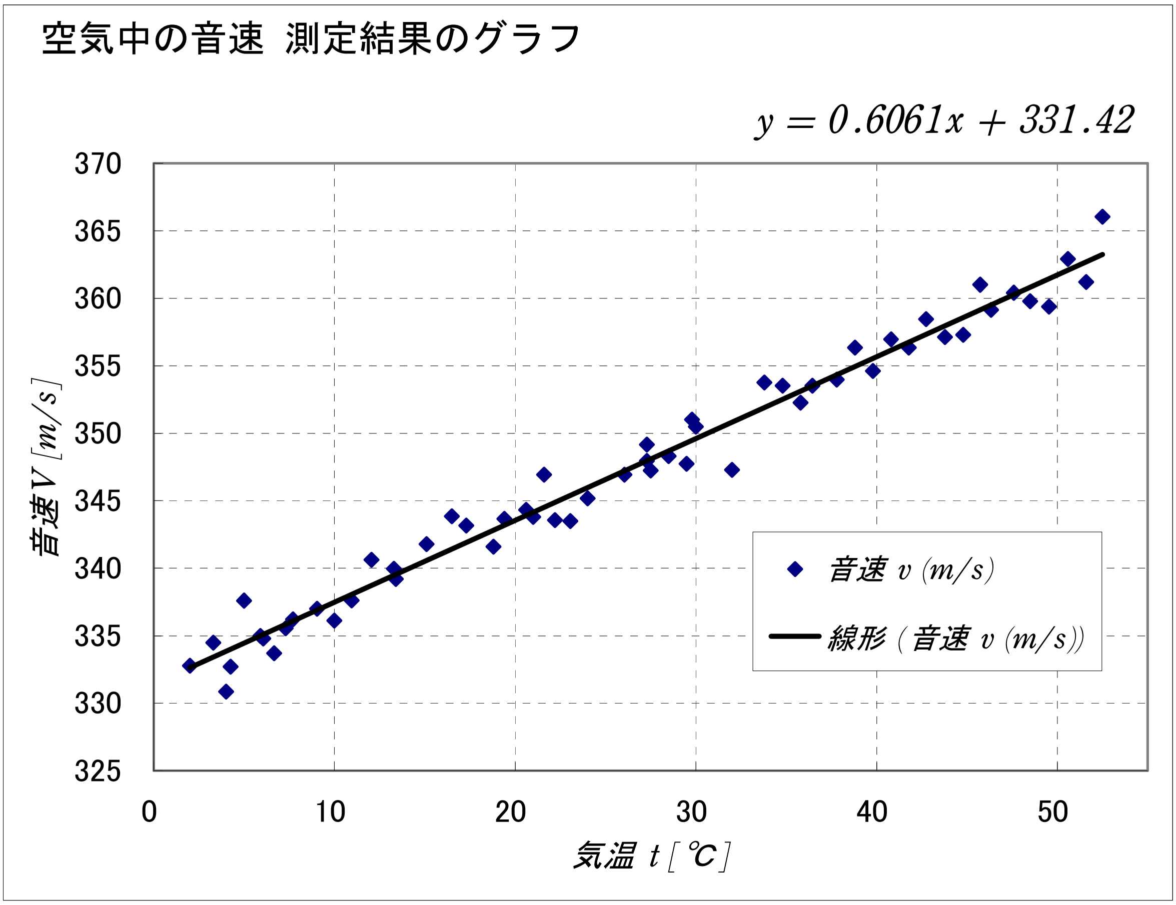
$\lambda=2(\ell_2-\ell_1)/1$，$\lambda=2(\ell_3-\ell_1)/2$，$\lambda=2(\ell_4-\ell_1)/3$，$\lambda=2(\ell_3-\ell_2)/1$，

$\lambda=2(\ell_4-\ell_2)/2$，$\lambda=2(\ell_4-\ell_3)/1$　として，これらの平均をとりました。

(4)　周波数カウンタで発振周波数 f を測定し，$V=f\lambda$　で音速を求める。

(5)　温度 t を測定し，$V=331.5+0.6t$ から求められる理論値と(4)の値を比較する。

(6)　水槽に氷水や湯を入れてアクリルパイプ内の空気の温度を変え，上記の測定を繰り返す。



空気中の音速（最小二乗法による回帰直線）

■ 補足　　気温t[℃]のとき，空気中の音速vが$v=331.5+0.6t$ [m/s]　となる理由は？

一般に，流体中の弾性波(縦波)の速さvは，

$$v=\sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad \cdots \quad ①$$

となることが知られています。【注１】

ここで，Kは，$\Delta p=K\dfrac{\Delta V}{V}$で定義される**体積弾性率**と呼ばれる値です。流体のばね的な強さを表す「ばね定数みたいなもの」と考えればよいでしょう。ρは流体の密度[kg/m³]です。

空気を理想気体とみなし，音波が伝わる際の空気の体積変化を断熱変化とすると，

$$K=\gamma p \quad \cdots \quad ②$$

と表せます。【注２】

ここで，γは比熱比$\dfrac{C_p}{C_V}$で，pは流体の圧力です。そうすると，①，②から，

$$v=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad \cdots \quad ③$$

となります。

状態方程式　$pV=nRT \rightarrow pV=\dfrac{m}{M}RT \rightarrow p=\dfrac{m}{V}\cdot\dfrac{RT}{M} \rightarrow p=\rho\dfrac{RT}{M}$　なので，

③式は，

$$v=\sqrt{\frac{\gamma\cdot\rho\frac{RT}{M}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}(273.15+t)} \quad \cdots \quad ④$$

となります。

t=0℃のときの音速は，

$$v=\sqrt{\frac{1.4\times 8.3145}{28.966\times 10^{-3}}\times 273.15}=331.5 \text{ [m/s]}$$

←これをv_0　とおきましょう。

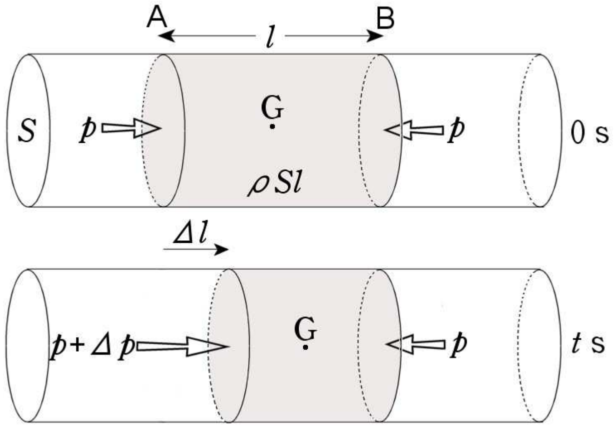
$$v_0=\sqrt{\frac{\gamma R}{M}\cdot 273.15}$$

ですから，④式は

$$v=\sqrt{{v_0}^2+\frac{{v_0}^2}{273.15}\cdot t} = v_0\sqrt{1+\frac{t}{273.15}} = v_0\left(1+\frac{t}{273.15}\right)^{\frac{1}{2}} \approx v_0\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{t}{273.15}\right)$$

$$= 331.5+331.5\times\frac{1}{2}\cdot\frac{t}{273.15} = 331.5+0.60t$$

■【注１】　なぜ，流体中の波は速さ $v=\sqrt{\dfrac{K}{\rho}}$ で伝わるのか



圧力 p の流体の一部分Aに力 ΔpS を加えて，$\Delta\ell$ だけ圧縮したところ，流体の変形(変位)が t 秒間に ℓ だけ（Bまで）伝わったとします。これを波動と考えると，速さ v は，

$$v=\frac{\ell}{t} \quad \cdots \quad ①$$

AB間の質量は $\rho S\ell$ で，（密度を ρ，流体の断面積を S とする）

t 秒間の $\rho S\ell$ の重心の変位は $\dfrac{\Delta\ell}{2}$ だから，重心Gの加速度を a とすると，$\dfrac{\Delta\ell}{2}=\dfrac{1}{2}at^2$ $\cdots$ ②

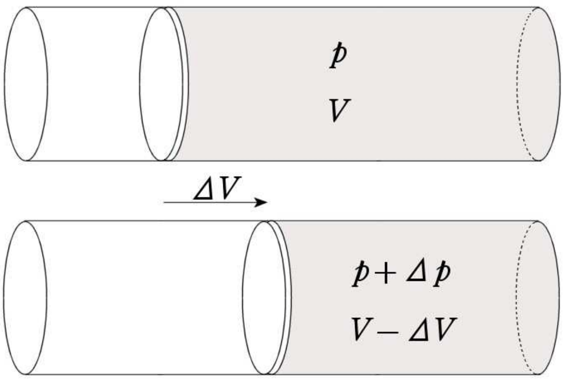
運動方程式をつくると，　$\Delta pS=\rho S\ell\cdot a$ $\cdots$ ③

$$\Delta p=K\frac{\Delta V}{V}$$

①～③から a と t を消去して，$\Delta\ell=\dfrac{\Delta pS}{pS\ell}\cdot\dfrac{\ell^2}{v^2}$

$$v^2=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{S\ell}{S\Delta\ell}\cdot\Delta p=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{V}{\Delta V}\cdot\Delta p=\frac{K}{\rho} \qquad \therefore\ v=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

■【注２】　なぜ，理想気体で断熱変化だと $K=\gamma p$ と表せるのか



断熱変化だから，$pV^{\gamma}=$一定

したがって，$pV^{\gamma}=(p+\Delta p)(V-\Delta V)^{\gamma}$

$$p\left(\frac{V}{V-\Delta V}\right)^{\gamma}=p+\Delta p$$

$$p\left(\frac{1}{1-\dfrac{\Delta V}{V}}\right)^{\gamma}=p+\Delta p$$

$$p\left(1-\frac{\Delta V}{V}\right)^{-\gamma}=p+\Delta p$$

$$p\left(1+\gamma\frac{\Delta V}{V}\right)=p+\Delta p$$

$$\Delta p=\gamma p\frac{\Delta V}{V} \qquad \therefore\ K=\gamma p$$

$$\Delta p=K\frac{\Delta V}{V}$$