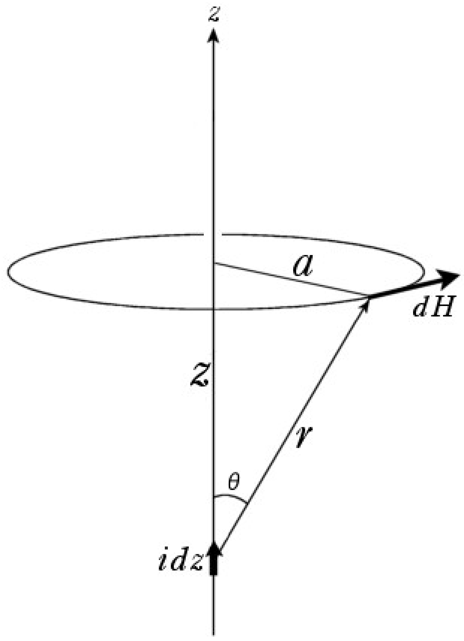
ビオ・サバールの法則で
直線電流の作る磁場を計算する

村田憲治@岐阜高校

高校物理ではビオ・サバールの法則を教えないので，「直線電流の作る磁場は $H=\dfrac{i}{2\pi r}$ で，円形電流の作る磁場は $H=\dfrac{i}{2r}$ だ」などと天下るんだけど，ちょっと気持ち悪いですよね。で，初学者にも分かるように計算できないかと思ってやってみました。

ちゃんとした教科書では電流素片 idz が点Ｐにつくる
磁場 dH をベクトルの外積を使って表現しますが，
高校生は外積を勉強しないから，大きさだけ書くと こうなります。

ビオ・サバールの法則　$dH=\dfrac{1}{4\pi}\dfrac{i\,dz\sin\theta}{r^2}$



無限に長い直線電流が点Ｐに作る磁場は，上の式を

$H=\dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{i\sin\theta}{r^2}dz$　と積分してやればいいですね。

右図より，$r=\dfrac{a}{\sin\theta}$

$$z=\frac{a}{\tan\theta}\quad\rightarrow\quad dz=-\frac{a}{\sin^2\theta}\,d\theta$$

となりますから，

$$dH=\frac{1}{4\pi}\frac{i\sin\theta}{\dfrac{a^2}{\sin^2\theta}}\left(-\frac{a}{\sin^2\theta}\right)d\theta$$

$$=\ -\frac{i\sin\theta}{4\pi a}\,d\theta$$

としておいて，積分しましょう。

$z=-\infty$ のとき，$\theta=\pi$
$z=+\infty$ のとき，$\theta=0$　ですから，

$$H=-\frac{i}{4\pi a}\int_{\pi}^{0}\sin\theta\,d\theta$$

$$=-\frac{i}{4\pi a}\left[-\cos\theta\right]_{\pi}^{0}=\frac{i}{2\pi a}$$　できました(^^)